MEMORIE

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI TORINO

Serie II **Tomo 70**

PARTE SECONDA:

CLASSE DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

TORINO
R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE
Via Accademia delle Scienze, 6 e Via Maria Vittoria, 3
1942-XX

Torino — Tipografia Vincenzo Bona - Via Mario Gioda, 3 — 1942-xx (20856).

INDICE

DELLA PARTE SECONDA DEL TOMO 70, SERIE II

CLASSE DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

[* Pagine dell'estratto e ** pagine del Tomo, poste in calce tra ()].

		*	**
1.	BURAGGI Gian Carlo, *Gli Statuti di Amedeo VIII di Savoia del 31 luglio 1403* . .	1-38	1-38
2.	ARNÒ Carlo, *Responsabilità per* ficta possessio	1-17	39-55
3.	FERRERO Giuseppe Guido, *Politica e vita morale del '500 nelle lettere di Paolo Giovio*	1-46	57-102
4.	MAGNAGHI Alberto, *Amerigo Vespucci primo scopritore del Brasile*	1-72	103-174
5.	REPACI Francesco Antonio, *Teoria e pratica del Giuoco del Lotto in Italia negli ultimi tre quarti di secolo dalla sua istituzione*	1-47	175-221
6.	OLIVERO Federico, *Sul poemetto anglosassone « Guthlac »*	1-43	223-265
7.	GEYMONAT Ludovico, *Analisi critica del recente indirizzo di logica formale del Carnap*	1-15	267-281
8.	ISOPESCU Claudio, *Filologia romena all'Università di Torino verso il 1870*	1-15	283-297
9.	VALLAURI Mario, *La « Śivagītā »*	1-18	299-316
10.	ARNÒ Carlo, *Orientamenti nuovi nello studio del Digesto*	1-35	317-351

INTRODUZIONE
ALLA
TEORIA DELLE EQUAZIONI LOGICHE

MEMORIA
DEL
PROF. ANNIBALE PASTORE
ACCADEMICO CORRISPONDENTE
presentata il 27 dicembre 1934

SOMMARIO: **Preliminari.** - **1.** Interazione di scienza e filosofia pel rinnovamento degli studj logici. — **2.** Origine, teoria e sviluppo della Logica del Potenziamento. Le forme fondamentali del pensare secondo la Logica del Potenziamento. — **3.** Raccordo della presente teoria coi risultati precedenti.

PARTE PRIMA: **Teoria.** - **4.** Problema fondamentale della Logica. — **5.** Principj generali relativi alle equazioni logiche considerate isolatamente e in rapporto alle equazioni matematiche e fisico-matematiche. — **6.** Osservazione importante sul significato dell'introduzione della potenza in Logica. — **7.** Definizione dell'equazione logica. — **8.** Schiarimento sull'applicazione della LdP alla trasformazione di Lorentz. — **9.** Impianto dell'equazione logica e metodo di risoluzione. — **10.** Passaggio all'esperimento.

PARTE SECONDA: **Applicazioni alla Fisica teorica.** - **11.** Il problema di Fermi. — **12.** Significato logico della trasformazione di Lorentz e interpretazione logica della relazione quantistica di Plank-Einstein. — **13.** Analisi dei fondamenti della Meccanica ondulatoria di Schrödinger. — **14.** Analisi dei fondamenti della teoria corpuscolare di Heisenberg. — **15.** Interpretazione logica della teoria statistica di Fermi, e dello scalare di campo ψ. — **16.** Impostazione logica del problema di Fermi e conseguenze logiche della sua soluzione. — **17.** Interpretazione logica della terza fase di sviluppo della teoria della relatività, cioè del mondo di Minkowski e di Einstein. — **18.** Sviluppo della teoria della relatività logica. Il mondo del potenziamento logico, cioè il mondo di Mosso.

CONCLUSIONE: **19.** Oggetto e risultati generali della ricerca. — **20.** Il nuovo volto della Fisica.

PRELIMINARI

1. Interazione di scienza e filosofia pel rinnovamento degli studj logici.

Il rinnovamento degli studj logici in Italia e all'estero richiede il concorso di due fattori, l'uno d'ordine filosofico, l'altro scientifico.

Deve la ricerca filosofica, prima di affrontare l'enorme responsabilità della sua sintesi, farsi conscia del doppio compito gnoseologico ed epistemologico di ricercare e promuovere le condizioni di possibilità d'ogni forma di conoscenza.

Deve la ricerca scientifica fornire il soccorso rigoroso dei suoi risultati analitici e sperimentali e l'elaborazione delle sue sintesi.

Non c'è dubbio che le due discipline possano interattivamente svilupparsi, colla promozione d'una logica congrua ai principj, mezzi e fini della reciproca solidale auto-

nomia I grandi esempj di Descartes e di Leibniz additano la via e giustificano le speranze.

Ma per l'intento dello studio che ora facciamo occorre precisare i limiti della logica e della fisica, affinchè l'interpretazione logica dei problemi fisici usati come esempio nella tesi qui sostenuta discenda a rigore, senza pregiudizio dell'autonomia della fisica.

In pari tempo nel campo logico troppo avanza del passato che ingombra l'indagine logica; nè convincono le sedicenti sintesi logico-metafisiche che si ostinano a rifiutare il fondamento dell'analisi.

Dunque bisogna da una parte recidere arditamente quei legami colla logica tradizionale che ancora tiranneggiano sotto profluvio di vano formalismo, dall'altra rendere praticabile un nuovo metodo che, postulando e salvando l'autonomia d'ogni sistema, assicuri l'utile impiego della logica nelle scienze, e ad un tempo offra nuova materia di riflessione alla sintesi speculativa.

A questa impresa mirano gli studj che da una decina d'anni vengono sistematicamente raccolti intorno al nuovo indirizzo della Logica del Potenziamento.

2. Origine, teoria e sviluppo della Logica del Potenziamento. Le forme fondamentali del pensare secondo la Logica del Potenziamento

Promossi dalla Memoria *Sulla natura extralogica delle leggi di tautologia e di assorbimento nella Logica matematica* [1] (1908), i *Principi di Logica del Potenziamento* di Pietro Mosso (1923) [2] segnano il punto di partenza e la costituzione organica della teoria. La *Rassegna di Logica* (1923) [3], precisando i programmi divergenti dei varj indirizzi, apre la campagna critica di diffusione. I lavori di sviluppo verranno indicati tra poco.

La novità in generale dei *Principi* consiste nella concezione della logica:

a) - fondata sopra una base autonoma posta nell'interno del principio logico e primitiva tanto per i corpi delle scienze particolari quanto per gli stessi sistemi logici attuali di vario tipo, dall'aristotelico, allo scolastico, al leibniziano;

b) - sviluppata con una funzione produttiva.

Quanto alla base, la logica si fonda sulla tesi della risoluzione dell'ente in relazione, donde la variazione relativa dell'ente e il potenziamento reciproco degli enti.

Quanto alla funzione, pone i rapporti tra identità, non però aristotelica (che è tautologica) ma distintiva, ed eguaglianza, e stabilisce le forme fondamentali del pensare, secondo le quali viene costruito ogni sistema: ente e relazione, discorso e universo; forme che acquistano senso definito in rapporto all'interpretazione del simbolo di potenza in logica.

---

[1] Pastore, *Sulla natura extralogica delle leggi di tautologia e di assorbimento nella Logica matematica*. In *Atti del IV Congresso Internazionale dei Matematici*, Roma 1908, Vol. III, Sez. IV.

[2] Mosso, *Principi di Logica del Potenziamento*, Torino, Bocca 1923.

[3] Pastore, *Rassegna di Logica*. In *Rivista di Filosofia*. Milano, Novembre-Dicembre, 1923.

Il significato generico della variazione relativa viene a specificarsi in due proposizioni subordinate:

1° - che ogni ente varia in sè per effetto del solo variare degli enti, coi quali è in relazione;

2° - che ogni ente potenzia gli altri coi quali è in relazione ed esso stesso compare col grado del suo insieme potenziato.

La prima esprime la materia logica e reale così del conoscere come dell'essere (come entità), la seconda esprime la forma logica e reale di sviluppo di ogni cosa, per cui tutto si muove e si trasforma così nell'ordine e nella connessione delle idee, come nell'ordine e nella connessione delle cose (come relazione). A mostrare come sia effettivamente possibile la ricerca delle leggi delle variazioni logiche provvede un nuovo simbolismo logico esponenziale. Con tale simbolismo lo studio dei sistemi di enti, si fa con formule del tipo algebrico degli sviluppi di potenza dove compajono le due operazioni logiche: discorso e universo (D. U). In compendio, pel senso generale del potenziamento si può intendere il fatto sintetico, ma analiticamente considerabile, che varia la potenza d'un ente al variare del numero degli enti costitutivi del sistema (coi quali è in necessaria relazione) e che ad uno sviluppo analitico di potenze corrisponde uno sviluppo di enti. Per questo punto di vista i limiti della relatività, della logicità e della totalità del reale si confondono. Nessun ente ha più un in sè costante, cioè un assoluto a prescindere dalla relazione. Nessun sistema si può costruire a prescindere dalla sua forma. La relazione non è una soprastruttura dell'ente, nè la forma ipotetica ed intuitiva un duplicato impotente nella discorsività analitica e deduttiva. Ogni ente, come ogni sistema, è riportabile e risolvibile nella relatività formale. Nessun ente è inerte. Nessun ente o fatto passa inertemente da sistema a sistema. Il fatto che ogni ente è contrassegnato dalla sua potenza propriamente significa due cose ben diverse e pure intimamente solidali, cioè che per un rispetto è potenziato, per l'altro potenzia, o in altri termini che è insieme il prodotto e il produttore della relatività, il fatto e l'atto della logicità, intesa come potere di creazione (individuazione) e di sviluppo (potenziamento). La logica, come attività di relazione e forma, come relatività attiva di analisi e sintesi, natura e spirito, oggetto e soggetto, individua e solidarizza tutte le cose [1].

Il rendiconto complessivo critico e sistematico della nuova teoria fu comunicato al VI Congresso Nazionale di Filosofia di Milano nel marzo del 1926 e pubblicato in *La Crisi della Logica,* 1928 [2]. Comparvero successivamente alcuni *Schiarimenti sulla deduzione scientifica e sulla Logica del Potenziamento in ordine alla dottrina del Meyerson* [3] motivati da una precedente *Critica dell'irrazionalismo del Meyerson* [4] fatta dal punto di vista della Logica del Potenziamento.

---

[1] PASTORE, *Dalla filosofia dell'intuizione alla filosofia del Potenziamento.* In *Atti R. Accademia delle Scienze di Torino,* Vol. LXI, 1926.

[2] PASTORE, *La Crisi della Logica.* In *Atti R. Accademia delle Scienze di Torino,* Vol. LXIII, 1928.

[3] PASTORE, *Schiarimenti,* ecc. In *Logos,* Napoli, 1929, fasc. II.

[4] PASTORE, *Critica dell'irrazionalismo del Meyerson.* In *Rivista di Filosofia,* Milano, Luglio-Ottobre, 1926.

Finalmente a far vedere come varii la trattazione dei problemi, applicandovi la legge di tautologia, oppure quella del potenziamento, e intravedere i vantaggi derivanti dal nuovo metodo è stato possibile nel recente Saggio di analisi logica *Verso un nuovo Relativismo* (1) esaminare comparativamente tre casi come esempj tratti dalla logica, dalla matematica e dalla fisica, mostrando caso per caso l'applicazione della LdP. A queste ricerche logiche fa seguito un ultimo nuovo studio *Sul D.U, con applicazione al problema fondamentale della Fisica teorica* (2).

Il contributo che ora viene portato all'indagine colla teoria delle equazioni logiche dimostra che le tesi della LdP si sono andate sempre più convalidando coll'applicazione dei nuovi criterj a teorie e a fatti che prima parevano logicamente inattaccabili. Ecco come la presente ricerca si coordina coi risultati precedenti, e ne accentua lo sviluppo. Si vuole esaminare come la formazione delle teorie fisiche proceda attraverso le forme logiche in cui si risolve il pensare secondo la teoria della Logica del Potenziamento.

3. Raccordo della presente ricerca coi risultati precedenti.

Dimostrammo in *VnR* che lo sviluppo della teoria della relatività logica, ben distinta dalle relatività fisiche di Einstein (generale e particolare) e da quella di Galileo che è il primo relativista, interpreta la formazione di tutte le teorie della scienza colla considerazione del discorso-universo (D. U) (3).

Vedemmo che l'introduzione del D.U in Geometria conduce a stabilire che logicamente l'U di un D come spazio è il tempo; vale a dire che il tempo è una funzione logica U, rispetto allo spazio considerato come funzione logica D, e in Fisica a interpretare *logicamente* la trasformazione di Lorentz, determinando la comparsa di una duplice nozione di tempo come necessità puramente logica. Nella sua forma più semplice il principio

---

(1) PASTORE, *Verso un nuovo Relativismo. Saggio di Analisi logica.* In *Archivio di Filosofia*, Roma, Settembre 1932 (*VnR*).

(2) PASTORE, *Sul D. U. Ricerche logiche con applicazione al problema fondamentale della Fisica teorica.* In *Archivio di Filosofia*, Roma, Gennaio-Marzo, 1933.

A complemento della bibliografia qui riferita si aggiunga l'appendice seguente.

Questa *Introduzione*, nella forma in cui ora si presenta, era già in tutto terminata nel Febbrajo 1933; e ne fu data notizia particolareggiata al *VIII Congresso nazionale di Filosofia*, Roma, Ottobre, 1933, in una Comunicazione sopra:

La Logica del Potenziamento nelle sue relazioni colla scienza e la filosofia. (In corso di stampa).

Successivamente comparvero i due saggi seguenti, nei quali sempre si utilizzano i risultati di questa *Introduzione*:

Sulla intuizione logica secondo la Logica del Potenziamento. In *Archivio di Filosofia*, Roma, Aprile-Giugno, 1934.

Sul fondamento logico della matematica. In comunicazione al *IX Congresso nazionale di Filosofia*, Padova, 1934. (In corso di stampa).

(3) « L'introduzione dell'esponente in Logica importa che ogni combinazione di n elementi si scinda logicamente in D e U, essendo D il discorso cioè l'insieme degli elementi costitutivi pensati come entità e U l'universo cioè l'elemento formale del loro sviluppo. A quello corrisponde la *deduzione* per cui ogni ente rimane individuato nel suo discorso secondo la necessità analitica delle sue relazioni; a questo l'*intuizione* per cui ogni ente rimane potenziato nel suo universo secondo la necessità sintetica della forma che si conserva nello sviluppo analitico del discorso ». Cfr. *VnR.* § 1.

relativistico logico rispetto al problema dello spazio e del tempo conclude che il tempo è la forma (costruzione intuitiva) dello spazio (sistema analitico). E noi possiamo con facilità caratterizzare il senso e la portata del nuovo metodo prospettando genericamente la questione della ricerca scientifica al modo che segue. Lo sviluppo deduttivo di una ricerca scientifica non è ancora la descrizione completa del suo oggetto. Ad esempio, la LdP dimostra che quel modo di pensare che noi diciamo analisi matematica non ci fornisce che una spiegazione parziale della realtà. Per ottenere una spiegazione completa bisogna esplicare l'implicita condizione logica della costruzione formale espressa da U, quindi salire all'affermazione simultanea del D.U, cioè pensare la deduzione matematica nell'intuizione logica corrispondente. Così, mentre fino a jeri è parso giusto ritenere che « la verità finale intorno ad un fenomeno risiede nella sua descrizione matematica » (Jeans), tutto ora sembra cospirare per impedirci di prescindere dalla descrizione logica. Si tratta dunque di pervenire ad una descrizione logica insieme e matematica. Naturalmente non è questione di Logica matematica volta a studiare « le forme di ragionamento proprie delle scienze deduttive e in particolare della matematica ». (1) Il rigore del linguaggio ideografico è qui in tutto fuori di discussione e si presume. Entra in scena un altro valore cioè il valore logico e propriamente quello che prova il valore euristico della Logica nella scienza del reale.

Vogliamo ora affrontare direttamente, ma nel modo più generale, il problema delle equazioni logiche. La sua soluzione sarà la giustificazione teorica e pratica del principio della variazione relativa degli enti nei varj campi esatti del sapere e delle sue conseguenze.

PARTE PRIMA

Teoria.

4. Problema fondamentale della Logica.

Sia D un sistema costruito con n enti e proposizioni primitivi. Supponiamo che esista un altro ente e proposizione q diverso dagli n enti e proposizioni, e primitivo rispetto ad essi.

Sotto quali condizioni si può affermare che esiste un sistema D', costituito dagli n enti e proposizioni di D, e in più dall'ente o proposizione q? (2)

Questo è il problema fondamentale della logica. La logica del potenziamento dimostra che si può passare da D a D' quando esistono l'U di D e l'U' di D'.

Le relazioni fra i D e gli U sono le equazioni logiche.

---

(1) È troppo diffusa l'idea che la logica sia un semplice strumento esterno al processo di formazione dei sistemi.

(2) Col simbolismo ideografico ($\smile$ simbolo della somma logica) possiamo porre:

$$(a \smile b \smile c \ldots \smile n)^n \smile q = (a \smile b \smile c \ldots \smile n \smile q)^{n+1}.$$

5. Principj generali relativi alle equazioni logiche considerate isolatamente e in rapporto alle equazioni matematiche e fisico-matematiche.

Le considerazioni precedenti servono a farci comprendere che il passaggio da sistema a sistema è possibile quando il contenuto degli enti è totalmente determinato dalle sue relazioni, cioè quando è completamente determinata la variazione relativa dei sistemi di cui si conoscono gli enti costitutivi.

Tutte le condizioni che occorre siano verificate perchè sia possibile il passaggio di cui al paragrafo prec. sono equazioni che determinano il problema della trasformazione, ad es. dal sistema (x, y, z) al sistema (x, y, z, t) e costituiscono degli *invarianti logici*.

La descrizione della costruzione (D. U) (x, y, z) è un sistema di proposizioni $D(x, y, z)$ (ad es. di equazioni matematiche) possibile in una forma $U(x, y, z)$.

Così pure la descrizione di una diversa costruzione $(D'\ U')$ (x, y, z, t) è un diverso sistema di equazioni matematiche $D'(x, y, z, t)$ in una forma $U'(x, y, z, t)$.

Ora logicamente si può passare da $D(x, y, z)$ a $D'(x, y, z, t)$ solo quando si può passare da $U(x, y, z)$ a $U'(x, y, z, t)$, cioè se esistono invarianti logici.

Il dire che esiste l'U di un D vuol dire che l'insieme degli elementi $x, y, z, \ldots n$ indipendenti determinano un sistema,

L'equazione matematica è la descrizione di una relazione possibile deduttivamente tra gli enti $x, y, z, \ldots n$ di D.

L'equazione logica è la descrizione di una condizione necessaria formalmente (U), perchè esista l'U di $D(x, y, z, \ldots n)$, cioè perchè $x, y, z, \ldots n$ enti indipendenti costituiscano un sistema.

6. Osservazione importante sul significato dell'introduzione della potenza in logica.

La logica matematica stessa, contrariamente all'idea dei suoi fondatori, non prescinde da una forma U (intuitiva), ma presuppone la più semplice delle forme, cioè quella che è determinata da un elemento logico solo, e da questo punto di vista sviluppa tutte le sue relazioni nella forma U; quindi in essa non compare l'esponente perchè è in una forma ad una sola condizione logica.

Invece la LdP ammette la possibilità e la necessità di sviluppare ogni relazione in una propria forma U. Questo è il significato dell'introduzione della potenza in logica.

7. Definizione dell'equazione logica.

La definizione di equazione logica discende immediatamente dal § 4.

L'espressione analitica di una condizione relativa a D. U è una equazione logica.

Da questo punto di vista esaminiamo la trasformazione di Lorentz, già trattata in forma leggermente diversa in *VnR*. Prendiamo questo problema fisico com'è impostato da Einstein.

« È possibile pensare una relazione fra luogo e tempo dei singoli avvenimenti rispetto a entrambi i corpi di riferimento, tale che ogni raggio di luce possegga rispetto alla strada e rispetto al treno la velocità di propagazione c? Questa domanda conduce ad una risposta affermativa ben determinata, ad una ben determinata legge di trasformazione per i valori spazio-tempo di un avvenimento, quando si passa da un corpo di riferimento ad un altro » (1)

Questo passo di Einstein è la traduzione fisica d'una equazione logica più generale. Nella posizione logica di Einstein si suppone un avvenimento (in sè) riferibile a due sistemi di riferimento; nella LdP si suppone l'avvenimento determinato dai due sistemi di riferimento, e si pone la legge di trasformazione come condizione d'invarianza logica, vale a dire che la relazione è compresa e determinata nella condizione più generale di trasformabilità da un sistema all'altro.

La condizione della costanza nella velocità della luce che pone il fondamento della legge di trasformazione, è un caso particolare della equazione logica di trasformazione,

$$[1] \qquad \frac{D}{U} = \frac{D'}{U'} = \text{cost}$$

applicata alla fisica, nello stesso tempo l'affermazione d'una invarianza comune ai due sistemi.

Le condizioni dei due sistemi stabiliscono per sè stesse la relazione espressa dalla legge di trasformazione, cioè l'avvenimento. Non ha senso pensare l'avvenimento distinto dalla relazione che lo descrive.

Stabilire la condizione che nei due sistemi sia costante la velocità della luce equivale a stabilire il comune dei due sistemi, cioè a scrivere in forma fisica l'equazione [1]. Abbiamo visto che questa proporzione equivale fisicamente alla trasformazione di Lorentz. È quindi evidente che la trasformazione di Lorentz esprima questa condizione.

8. Schiarimento sull'applicazione della LdP alla trasformazione di Lorentz.

Per chiarire quel concetto ricorriamo all'esempio fisico gia trattato come applicazione della LdP esposto in *VnR* § 8. Esso ha permesso di interpretare logicamente la trasformazione di Lorentz come espressione della proporzionalità tra i due $D(x, y, z)$ e $D'(x, y, z, t)$ e relativi U e U'. Si comprende quindi come le proprietà fisico-geometriche dell'uno siano analoghe a quelle dell'altro e come tutti i concetti dell'uno si trasformino nei corrispondenti concetti dell'altro sistema mediante la funzione di proporzionalità di Lorentz.

---

(1) « Ist eine Relation zwischen Ort und Zeit der einzelnen Ereignisse in bezug auf beide Bezugskörper denkbar, derart, dass jeder Lichtstrahl relativ zum Bahndamm und relativ zum Zug die Ausbreitungsgeschwindigkeit c besitzt? Diese Frage führt zu einer bejahenden, ganz bestimmten Antwort, zu einem ganz bestimmten Verwandlungsgesetz für die Raum-Zeit-Grössen eines Ereignisses beim Uebergang von einem Bezugskörper zu einem anderen ». Einstein, *Ueber die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie*, (Achte Auflage). Vieweg in Braunschweig, 1920, pp. 20-21.

Dobbiamo insistere un istante su questo punto.

Il sistema di Minkowski è espresso in una forma proporzionale al sistema di Galileo. Questa proporzionalità è ciò che dà valore al sistema di Minkowski, perchè permette la trasformazione delle equazioni della meccanica da un sistema all'altro. Questo è il senso *logico* del seguente riconoscimento di Einstein.

« Una distanza puramente spaziale di due avvenimenti rispetto a K ha per conseguenza una distanza temporale degli stessi rispetto a K'. Neanche in questo consiste la scoperta di Minkowski tanto importante per lo sviluppo formale della teoria relativistica. Essa consiste piuttosto nell'aver riconosciuto che il continuo a quattro dimensioni spazio-temporale della teoria relativistica, nelle sue proprietà decisive formali, presenta una grandissima affinità col continuo a tre dimensioni dello spazio geometrico euclideo » ([1]).

Possiamo dunque, coll'appoggio di Einstein, stabilire il principio che la trasformazione di Lorentz è l'espressione della proporzionalità tra le due meccaniche e in pari tempo l'equazione fondamentale per il passaggio dall'una all'altra. Per questo motivo la trasformazione di Lorentz non è una relazione puramente sistematica o discorsiva, ma è la traduzione fisica d'una equazione logica intersistematica nel senso del § 5.

Si noti che già in precedenza, avendo Maxwell dimostrato che in un mezzo di permeabilità unitaria e di corrente dielettrica unitaria il rapporto c tra l'unità elettromagnetica e l'unità elettrostatica di intensità di corrente ha le dimensioni di una velocità, possiamo considerare la teoria elettro-magnetica della luce come la prima teoria di trasformazione fisica tra due sistemi nel senso poi sviluppato da Lorentz fino a Fermi.

L'interpretazione fisica di questo rapporto come velocità riconduce i due sistemi elettromagnetico ed elettrostatico al rapporto logico $\frac{D}{U}$, cosicchè *come valore logico* la trasformazione di Lorentz e la teoria di Maxwell presentano una perfetta equivalenza.

9. Impianto dell'equazione logica e metodo di risoluzione.

Questo risultato mostra in modo assai interessante la fecondità del nuovo metodo, perchè significa che ogni condizione possibile per la trasformazione di un D in un D' e relativi U e U' permette di ricavare una equazione che:

a) come impianto (costruzione intuitiva) è logica,

b) come espressione analitica fa parte del nuovo sistema e sotto questo rispetto è un dato di esperienza.

Conosciuto questo, conosciuto cioè che il problema dell'equazione logica è intimamente legato al problema dell'espressione analitica, e conosciuto che l'equazione logica

---

([1]) « Rein räumliche Distanz zweier Ereignisse in bezug auf K hat zeitliche Distanz derselben in bezug auf K' zur Folge. Auch hierin liegt nicht Minkowskis für die formale Entwicklung der Relativitätstheorie wichtige Entdeckung. Diese liegt vielmehr in der Erkenntnis, dass das vierdimensionale zeiträumliche Kontinuum der Relativitätstheorie in seinen massgebenden formalen Eigenschaften die weitgehendste Verwandtschaft zeigt zu dem dreidimensionalen Kontinuum des Euklidischen geometrischen Raumes ». EINSTEIN, *op. cit.*, p. 38.

è una relazione, ad esempio la proporzionalità tra i D e gli U, si ottiene un risultato importantissimo per lo sviluppo ulteriore della teoria delle equazioni logiche e per il metodo della loro risoluzione. Basterà infatti esprimere i D e gli U in termini sistematici, perchè l'equazione logica si trasformi immediatamente nella proposizione discorsiva che esprime la trasformazione dei due sistemi.

In modo analogo possono supporsi possibili equazioni più complesse della proporzionalità, e, sempre sostituendo ai termini logici i termini sistematici, si trasforma l'equazione logica (che è sempre D e U) in un'equazione di trasformazione sistematica, e così resta stabilito il metodo di risoluzione dell'equazione logica.

Evidentemente le equazioni logiche di puro D non sono di questo tipo.

I successivi risultati ci toglieranno ogni dubbio sulla possibilità di operare per questa via, che, secondo noi, dà una soluzione completa del problema.

10. Passaggio all'esperimento.

È ovvio che tra le infinite ipotesi che tutte dànno origine a leggi di trasformazioni sistematiche, l'esperimento è il criterio orientativo e determinante della scelta. Sicchè la risoluzione dei problemi di carattere sperimentale impone la scelta delle condizioni per la formazione e la trasformazione dei sistemi, come fu chiarito al § 7.

Per la formazione o la trasformazione di un sistema occorre porre le condizioni che lo determinano o che lo trasformano in rapporto alla interpretazione sperimentale; queste condizioni sono appunto le equazioni logiche.

PARTE SECONDA

Applicazione alla fisica teorica.

11. Il problema di Fermi.

Enrico Fermi, concludendo la sua *Introduzione alla Fisica atomica* (1928), riconosce come compito della Fisica di domani « la costruzione definitiva di una teoria che, sostituendo forse alle ordinarie concezioni della fisica e della cinematica una interpretazione statistica delle diverse grandezze, completi la conciliazione tra il gruppo di fenomeni che suggeriscono una rappresentazione ondulatoria della luce e della materia e quello che porta invece ad attribuire ad esse una struttura corpuscolare ».

Vediamo quale forma logica assuma questo problema, e per questo discutiamo i fondamenti delle due rappresentazioni opposte, l'ondulatoria e la corpuscolare, e insieme quelli della rappresentazione statistica proposta per completare la conciliazione.

12. Significato logico della trasformazione di Lorentz e interpretazione logica della relazione quantistica di Planck-Einstein.

Abbiamo dimostrato (1) che il rapporto $\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ è l'espressione della proporzionalità tra il D.U dello spazio euclideo e il D.U dello spazio di Minkowski: cioè abbiamo dimostrato che

[2] $$\frac{U(\tau)}{U(l)} = \frac{d\sigma^2}{-c^2 dl^2} \qquad \frac{U(l)}{U(\tau)} = \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}} \qquad \frac{v}{c} = \beta$$

Quantunque l'ipotesi del quanto d'azione che rende le concezioni quantistiche indispensabili a ogni teoria che voglia determinare le relazioni tra luce e materia (in generale tra continuo e discontinuo) abbia avuto origine dallo studio del potere emissivo del corpo nero, la formula di Plank-Einstein che lega l'energia e la frequenza può essere interpretata come una conseguenza della trasformazione di Lorentz.

L'anzidetto rapporto stabilisce una proporzionalità per ogni grandezza fisica G e G_0, per la quale si può porre

[3] $$G = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} G_0$$

e quindi in particolare tra le energie e le frequenze.

Vuol dire che la costanza del rapporto tra l'energia e la frequenza, base della teoria quantistica, discende direttamente dalla proporzionalità tra i D.U, espressa dalla trasformazione di Lorentz.

Notando ancora che la grandezza c che compare nella [4] del successivo § 13 è comune ai due D.U, si comprende chiaramente che tale è pure a ben vedere il senso logico del seguente passo di Einstein. « Per il passaggio da un sistema galilejano ad un altro, uniformemente mobile rispetto al primo, valgono le equazioni della trasformazione di Lorentz, le quali costituiscono la base per la deduzione delle conseguenze della teoria relativistica speciale e che da parte loro altro non sono che l'espressione della universale validità della legge di propagazione della luce per tutti i sistemi galilejani » (2).

13. Analisi dei fondamenti della Meccanica ondulatoria di Schrödinger.

Le equazioni di De Broglie $v = \beta c$ e $V = \frac{c}{\beta}$ relative alla velocità di un corpuscolo e alla velocità di fase dell'onda associata stabiliscono la connessione tra il problema della relazione tra punto e onda con la trasformazione di Lorentz.

---

(1) *VnR.* § 3.

(2) « Für den Uebergang von einem Galileischen System zu einem anderen, relativ zum ersten gleichförmig bewegten gelten die Gleichungen der Lorentz-Trasformation, welche die Basis für die Ableitung der Konseguenzen der speziellen Relativitätstheorie bilden und ihrerseits weiter nichts sind als der Ausdruck der universellen Gültigkeit des Lichtausbreitungsgesetzes für alle Galileischen Bezugssysteme ». EINSTEIN, *op. cit.* pag. 62.

Tutte le relazioni conseguenti si riducono alla

$$[4] \qquad \frac{v}{V} = \frac{v^2}{c^2} \quad \text{cioè} \quad vV = c^2$$

che esprime la proporzionalità fondamentale logica tra i D e gli U di due sistemi (1). Ciò significa che questa relazione fisica ha il senso logico di relazione di trasformazione di sistemi. Poichè in essa sono presenti necessariamente due intuizioni logiche U è impossibile ridurre il problema ad una di queste intuizioni compresenti; in particolare è impossibile interpretare tale relazione nell'intuizione sensibile.

Tenendo presente questo risultato possiamo dimostrare che a questa relazione si riduce anche la formula fondamentale di Schrödinger.

La teoria a cui Schrödinger è arrivato, come dice Fermi, « approfondendo e precisando alcune idee espresse da L. de Broglie » unifica la velocità del punto con la velocità di fase dell'onda, cioè associa il punto all'onda. Nell'idea del suo fondatore dovrebbe essere una meccanica del continuo capace di spiegare anche i fenomeni fisici in cui compare la discontinuità.

Vediamo anzi tutto con quali elementi Schrödinger costruisce la sua meccanica ondulatoria. In questa analisi della costruzione diamo agli elementi un senso e un valore logico, essendo nostro proposito determinare la struttura logica del sistema, non preoccupandoci del significato direttamente fisico. Gli elementi costitutivi fondamentali sono i seguenti:

a) l'equazione a derivate parziali di Hamilton,

b) l'ipotesi logaritmica rispetto a ψ,

c) l'imaginario i,

d) la relazione di Einstein-Planck $E = h\nu$,

e) la condizione che per noi esprime l'ipotesi di Heisenberg e cioè la opposizione tra il movimento del corpuscolo e dell'onda, proporzionali rispettivamente a u e a $\frac{1}{u}$.

Tutti questi elementi sono collegati nella costruzione ed esauriscono anche il contenuto dell'equazione di Shrödinger, e quindi da essi discendono tutte le conseguenze dal punto analitico (discorsivo).

Vediamo ora come Schrödinger unisca questi elementi nella sua costruzione. È chiaro che l'unificazione di queste ipotesi, in parte contrarie, in un unica formula (D) non può avvenire senza una forma logica (U) ad essa relativa. Inoltre, l'intuizione logica che ne organizza la costruzione non può essere rappresentata nè dalla coppia spazio e tempo di Galileo, nè dal continuo spazio-tempo di Minkowski, le cinque ipotesi riferite essendo tra loro incompatibili in queste forme. Dunque deve esistere una forma in cui siano compatibili, nella quale cioè la equazione di Schrödinger come sintesi di dette ipotesi sia

---

(1) È facile vedere, partendo dalle espressioni di v e V, che il rapporto $\frac{v}{V} = \frac{2(E-U)}{E}$ si riduce alla relazione $\frac{v}{V} = c^2$, essendo E ed U espressioni dell'energia.

logicamente intuibile. Questa equazione è formalmente possibile in uno spazio di configurazione, definito dall'elemento

$$[5] \qquad ds^2 = 2\overline{T}(q_k, q'_k)dt.$$

Dalla nota a piè di pagina (1) inoltre si vede come l'equazione $vV = c^2$ che è la forma dell'equazione di Schrödinger, sia logicamente una derivazione dalla equazione logica fondamentale della trasformazione di Lorentz,

$$[6] \qquad \frac{U'}{U} = \frac{d\sigma^2}{-c^2dt^2}.$$

Dunque in particolare si può concludere che la teoria delle equazioni logiche ha portato un'altra bella conferma dell'applicabilità della LdP allo studio della meccanica ondulatoria, dimostrando che l'equazione di Schrödinger, nella stessa forma logica di quella di Lorentz, è una equazione di trasformazione di sistemi.

---

(1) Abbiamo dimostrato in *VnR* che il tempo è logicamente la forma U di uno spazio D.

Per la deduzione della trasformazione di Lorentz abbiamo scritto come equazione logica la proporzionalità.

$$[*] \qquad \frac{D_1}{D_2} = \frac{U}{U'_2}$$

Il rapporto $\frac{D}{U}$ ha quindi un senso logico. E si è supposto in definitiva di mantenere inalterato il rapporto $\frac{D}{U}$ tanto nel sistema di tre coordinate quanto in quello di quattro. Il rapporto è quindi *l'invariante logico* c di quella trasformazione.

L'equazione logica $\frac{D_1}{U_1} = \frac{D_2}{U_2}$ che si deduce dalla [*] può essere scritta nella forma

$$\frac{D_1}{U_1} = \frac{D_2}{U_2} = c$$

come abbiamo al § 7, e quindi sarà anche

$$[**] \qquad \frac{D_1}{U_1}\frac{D_2}{U_2} = c^2$$

Applicando a questa equazione logica il metodo del § 9, cioè sostituendo ai termini dell'equazione logica il significato dei termini fisici, la [**] si trasforma in una equazione fondamentale fisica.

Utilizzando i risultati del *VnR* per $U(\tau) = d\tau^2$ e $U(t) = dt^2$ il rapporto $\frac{D}{U}$ rappresenta una velocità. E quindi la [**] si trasforma nella eguaglianza fisica [4].

A tale forma si riduce la equazione di Schrödinger:

$$[7] \qquad \Delta u + \frac{8\pi^2 m}{h^2}(E - U)u = 0$$

che equivale (Fermi, pag. 307-308) alla

$$[8] \qquad \Delta\psi - \frac{2m}{h^2\nu^2}(h\nu - U)\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0.$$

Infatti questa equazione si può scrivere sotto forma

$$[9] \qquad m\sqrt{\frac{2}{m}(h\nu - U)}\ \sqrt{\frac{1}{\Delta\psi}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}} = h\nu,$$

nella quale il primo radicale rappresenta la velocità del corpuscolo v (Fermi, pag. 302), il secondo radicale rappresenta la velocità di fase V di una perturbazione elettromagnetica in cui al campo elettrico si sostituisce lo scalare di campo ψ.

In ogni caso, secondo il principio del D. U, il vero senso dell'impossibilità di optare per una interpretazione che dissocii il corpuscolo dall'onda è quello che rende impossibile dissociare lo spazio dal tempo, la posizione dal moto, la materia dalla forma, il discontinuo dal continuo e, in logica, il discorso dall'universo, in ultima analisi l'ente dalla relazione.

Vedremo fra poco che anche la discussione dei fondamenti della teoria corpuscolare di Heisenberg e Bohr conduce a questo stesso punto di vista logico.

14. Analisi dei fondamenti della teoria corpuscolare di Heisenberg.

Conforme alla LdP, posto come base generale della logica che l'ente è tutto risolvibile nelle sue relazioni, si ricava che non è possibile pensare formalmente (funzione logica U) e sotto lo stesso rispetto l'ente e la relazione. Per pensare l'ente e la relazione in modo distinto formalmente occorre pensare la relazione come entità, perchè occorre pensare l'ente e la relazione come due entità indipendenti nel momento in cui si pensano distinte. Nel momento in cui penso la relazione come esistente non posso pensare nello stesso momento l'ente come esistente, (a meno di pensarlo indipendentemente dalla relazione, contrariamente alla definizione), e viceversa. Come entità gli oggetti devono essere spazializzati (cioe pensati discorsivamente) e quindi non è possibile spazializzare due volte lo stesso ente nello stesso tempo.

La reciproca del principio fondamentale della LdP (risoluzione dell'ente in relazione) è vera solo se all'ente si sostituisce il concetto di classe di enti. Cioè, mentre il contenuto dell'ente è completamente risolvibile nelle sue relazioni, il sistema delle relazioni definisce non l'ente ma una classe di enti. Quindi mediante le relazioni l'ente resta sempre *indeterminato,* sotto l'aspetto della sua individuazione. Questa indeterminazione è ovviamente inerente al processo medesimo del pensiero.

Tenuto fermo il principio che l'ente sia completamente risolvibile nelle sue relazioni, si deduce che, se in un sistema di relazioni si aggiunge una relazione, aumenta la determinazione dell'ente, ma diminuisce la estensione della classe, cioè che le due idee correlative di ente e relazione sono in rapporto inverso.

Quindi se chiamiamo *campo di probabilità dell'ente* la classe definita dalle relazioni, si capisce che l'aumento della determinazione portato dalla nuova relazione diminuisce la sua probabilità data dalla sua estensione.

Queste esigenze generali nascono dalla base generale della logica e dalla distinzione D. U.

Accettando il rapporto D. U come in *VnR* queste esigenze vengono trasportate nel quadro dello spazio-tempo e quindi l'ente logico si trasforma in un ente fisico e la relazione logica in una relazione fisica.

È precisamente quanto accade nella teoria di Heisenberg. Invero la teoria di Heisenberg considera la posizione d'un corpuscolo e il suo stato di movimento come grandezze inseparabili, in modo tale che la determinazione eventuale di una implica l'indeterminazione dell'altra.

Questa condizione è tradotta analiticamente in un sistema spazio-temporale a quattro dimensioni dalle quattro diseguaglianze note come le « relazioni di incertezza » di Heisenberg sulle quali riposa la sua celebre « teoria dell'incertezza », sviluppata parimenti da Bohr.

Così stando le cose, in base alla teoria logica del potenziamento immediatamente si capisce che la legge di Heisenberg è un'interpretazione fisica secondo il modello logico D. U di un'esigenza fondamentale del pensiero.

Inoltre è bene evidente che questo processo di indeterminazione non è una forma di indeterminismo come si è già detto (1). Per addurre un esempio calzante, questo fatto (che non ha valore rispetto alla teoria filosofica del determinismo) della indeterminazione si verifica per gli enti fisici in quanto sono determinati *nel* quadro dello spazio-tempo. Per questi rapporti definibili per mezzo delle coordinate x, y, z, t l'indeterminazione evidentemente dovrà esprimersi in funzione di queste coordinate.

15. Interpretazione logica della teoria statistica di Fermi e dello scalare di campo ψ.

È necessario cosiderare brevemente il valore logico della conseguenze del principio d'indeterminazione di Heisenberg che si possono dedurre dal punto di vista della teoria statistica, per la quale i valori delle grandezze fisiche non sono collegati che da leggi di probabilità.

Non è detto, e già l'abbiamo più volte avvertito (§ 14), che questa direzione metodologica della fisica fornisca un decisivo argomento contro il principio della determinabilità esatta delle leggi causali. Tuttavia il passo fu fatto da molti, tanto che ormai si sente comunemente ripetere che « la descrizione causale ha dovuto cedere davanti alla descrizione statistica ». Qual fu l'origine del malinteso, troppo diffuso nell'opinione volgare, ma ben lungi dall'esatto concetto della determinazione statistica secondo la nuova meccanica di Fermi, come tra poco vedremo? Un concetto erroneo del fondamento e dello scopo della determinazione causale, ed inoltre l'aver obliato che l'evoluzione nel tempo del campo di probabilità di Born è completamente determinata dall'equazione delle onde. Il concetto della determinazione causale fu ristrettivamente inteso quale deduzione o determinazione deduttiva di *un* momento individuale. Così almeno parve e pare tuttora ai più, i quali credettero e credono scaduta di senso e di valore la ricerca scientifica della causalità senza avvertire che con questa non si vogliono tanto determinare cause ma rapporti causali (2). La nuova meccanica conserva la determinazione delle leggi causali, perchè mantiene la dipendenza dai valori iniziali. Invero, come Fermi dimostra,

---

(1) E la determinazione non è una forma di panlogismo.

(2) Come abbiamo ripetutamente sostenuto fin dal 1921 (*Il problema della causalità*, Vol. II, Sez. I, Torino, Bocca, 1921) il problema scientifico della causalità si deve intendere come problema di determinazione di relazione, cioè di classe, a cui l'individuo appartiene. In questo modo l'indeterminazione dell'individuo nella classe non pregiudica la causalità della relazione.

è sempre possibile conoscere quale valore avrà una grandezza fisica qualunque in un dato istante qualunque t_1, in virtù d'un'esperienza conveniente eseguita al tempo $t_0 < t_1$.

Per contro in essa i valori di misure successive, per il principio d'indeterminazione, cioè per il disturbo dovuto alla misura, non sono determinabili che per leggi di probabilità.

In certo qual modo appare che per una grandezza fisica esiste un insieme virtuale di valori determinati dalla legge causale e dalla evoluzione temporale della stessa grandezza.

Dalle cose dette discende che la teoria della statistica così intesa è in tutto *compatibile* colla teoria della causalità. Giacchè appena si abbandona l'erroneo pregiudizio che la determinazione causale consista nella deduzione d'*un* fatto singolo e si riconosca la classe — che è l'insieme virtuale di tutti i valori possibili — definita dalle relazioni come campo di probabilità dell'ente (§ 14), è evidente che c'è una determinazione causale possibile relativa alla classe e una indeterminazione innegabile inerente agli individui della classe, i quali possono essere determinati solo con considerazioni di probabilità cioè con calcolo statistico.

Questi principj sembrano a noi del più alto interesse perchè si applicano senza difficoltà alla interpretazione logica della teoria statistica in rapporto colla teoria causale. In questo modo, come vedremo, viene anche a precisarsi il significato logico delle ricerche matematiche di Born.

Invero, posto che per avere la descrizione completa del sistema logico bisogna determinare l'ente e la relazione, propriamente una condizione (D. U), è chiaro che il problema si risolve nella determinazione dell'invariante logico; problema che comprende ed esige il calcolo statistico per l'ente, e il calcolo causale per la relazione.

Ciò premesso passiamo all'interpretazione logica dell'interpretazione fisica.

Sappiamo che Heisenberg si è preoccupato di cercare quella funzione che deve fornire una determinazione per le grandezze di posizione e velocità di un corpuscolo in un dato istante. Born introdusse l'idea che la determinazione esatta sia data dal quadrato dell'ampiezza della funzione ψ (1). Questa funzione ψ ha solo un valore simbolico in quanto non si può dare di essa un'interpretazione diretta nello spazio a tre dimensioni.

Interpretazione diretta significa possibilità di un'intuizione logica che sia nello stesso tempo psicologica, cioè immaginabile in uno spazio a tre dimensioni, da alcuni in questo senso chiamato reale, cioè quello spazio nel quale le costruzioni teoriche diventano come qualche cosa di tangibile.

In quanto la funzione ψ è simbolo di qualche cosa di fisicamente reale, secondo la LdP deve esistere un modo analitico di esprimerla D (caratterizzato da un $d\sigma^2$ comunque definito) e correlativamente una forma U (funzione τ rispetto al $d\sigma^2$) capace di permetterne una intuizione logica anche non diretta, cioè non psicologica.

Deve dunque esistere un D. U, soddisfacente alla costruzione di ψ.

Abbiamo attirato l'attenzione sopra questi punti che sono stati elaborati con tanta genialità matematica da Born, Fermi ed altri fisici eminenti, per fare vedere che le

(1) Che pertanto misura ad ogni istante la probabilità di presenza del corpuscolo nell'onda cioè $\psi\psi^* = a^2$.

ricerche sulla determinazione dello scalare di campo ψ non si sottraggono alla possibilità di una interpretazione logica che rende conto del posto e del peso logico di tutti gli elementi costitutivi.

16. Impostazione logica del problema di Fermi e conseguenze logiche della sua soluzione.

I risultati raggiunti ci permettono di porre il problema di Fermi in forma logica e fissare le conseguenze per la sua logica soluzione.

Fermi distingue:

a) due gruppi di fenomeni,

b) due interpretazioni suggerite dai due gruppi (corpuscolare e ondulatoria),

c) una teoria che sia l'interpretazione statistica delle diverse grandezze e completi la conciliazione tra i due gruppi di fenomeni.

Relativamente a questo, tenendo conto della dichiarazione di Bohr e de Broglie che « v'hanno due facce complementari della realtà: la localizzazione nello spazio-tempo e la specificazione dinamica per energia e quantità di movimento », e « che con la nuova meccanica noi siamo costretti a riconoscere che la localizzazione nello spazio-tempo e la specificazione dinamica per energie e quantità di movimento sono come due piani differenti della realtà che non si possono vedere con precisione nello stesso tempo », è ovvio che la conseguenza delle idee di Fermi è che il quadro spazio-tempo sia insufficiente a formulare un modello unitario corpuscolo-onda, cioè, come dice de Broglie, « il vero senso della dualità corpuscolo-onda resta oscuro ». Importa dunque riconoscere quale sia la funzione dello spazio-tempo rispetto alla necessità di conciliare i due gruppi di fenomeni.

Nell'opinione corrente la funzione dello spazio-tempo è di permetterne una intuizione conforme a realtà tangibile. Per contro l'analisi della LdP dimostra che il quadro spazio-tempo nel quale in particolare si trasforma il modo fondamentale del pensare come espressione del D e U è ciò che dà origine e corpo fisico a questo D.U nella distinzione corpuscolo-onda, indipendentemente dalla sua intuibilità psicologica.

Propriamente il corpuscolo e l'onda sono nel rapporto di ente e relazione. Questo rapporto, essendo l'esigenza costitutiva del pensiero, non si può eliminare se non risolvendo l'opposizione tra la descrizione analitica D e la sua condizione d'intuizione sintetica logica U in una nuova descrizione D′ comprensiva d'entrambe. Problema logicamente in tutto analogo a quello del passaggio dallo spazio euclideo a quello di Minkowski. Ma per i principj della LdP, la costruzione del nuovo D′ implica, per esigenza fondamentale del pensare, l'insorgenza di un correlativo U′.

La costruzione del nuovo D′ in cui si risolve la conciliazione propugnata da Fermi, implica l'invenzione di un nuovo concetto fisico sostituente la coppia corpuscolo-onda. In ciò consiste il continuo fecondo sviluppo della fisica e di ogni ricerca scientifica. Ma la necessaria insorgenza del nuovo U′ trasforma nella forma più complessa D′U′ l'opposizione tra il nuovo concetto e la sua condizione di intuizione logica.

Una conseguenza importante si ricava da questa conclusione:

La determinazione del rapporto corpuscolo-onda non è deterministica, come erroneamente si crede da chi in conseguenza confonde l'indeterminazione con l'indeterminismo; ma consiste nel porre le condizioni che rendono possibile questo rapporto. Queste condizioni devono essere scelte e quindi dipendono, come si è detto nel § 10, dall'esperimento, nè possono determinarsi a prescindere da questo.

Ad esempio, quando si pone il quadrato dell'ampiezza dell'onda come misura della probabilità della presenza del corpuscolo, si pone una condizione fisica, ma fisicamente non giustificabile se non attraverso all'interpretazione sperimentabile. Dal punto di vista logico è invece giustificato anzi necessario che si ponga una condizione alla relazione-classe per determinare l'ente. Quindi si capisce come e perchè la determinazione dell'individuo nella sua indeterminazione di classe sia permessa solo da una condizione di statistica e di probabilità, verificabile sperimentalmente.

Dal punto di vista logico la conciliazione tra il gruppo di fenomeni che suggeriscono una interpretazione ondulatoria della luce e della materia e quello invece che porta ad attribuire ad esse una struttura corpuscolare non potrà prescindere dalla distinzione tra D e U; e quindi i due elementi corpuscolare e ondulatorio sono bensì fisicamente irriducibili ma non è eliminabile la fondamentale opposizione tra gli elementi complementari logici di cui essi sono espressione.

17. Interpretazione logica della terza fase di sviluppo della teoria della relatività, cioè del mondo di Minkowski e di Einstein.

Senza entrare nello sviluppo dei calcoli, prendiamo atto della dichiarazione di Fermi che « Schrödinger ha potuto dimostrare che le due nuove meccaniche (corpuscolare e ondulatoria) conducono in tutti i casi agli identici risultati, per modo che esse possono in un certo senso considerarsi come due differenti aspetti della stessa cosa ».

Ma che cos'è questa cosa?

È già stato avvertito da Heisenberg e da altri molti che « le onde devono essere considerate come un tipo di rappresentazione simbolica della nostra conoscenza ». « Il fatto essenziale, secondo Jeans, è che tutte le rappresentazioni che la scienza ora fa della natura e che solo sembrano capaci d'accordarsi coi fatti di osservazione sono rappresentazioni matematiche ».

La teoria della relatività nella terza fase ha raggiunto una maggiore rappresentabilità matematica delle sue leggi, geometrizzando il campo gravitazionale. Però in essa, come risulta dall'analisi del paragrafo precedente, il rapporto di spazio-tempo si conserva puramente sistematico e discorsivo; quindi nascono le difficoltà che le teorie corpuscolo-onda cercano di risolvere con soluzioni sistematiche. Non è impossibile unificare in un D gli elementi di qualunque D. U, cioè creare ulteriori teorie unitarie; ma sempre sotto una diversa forma più generale si presenterà il rapporto unitivo e distintivo D. U nelle vesti di un'intuizione fisica.

18. Sviluppo della teoria della relatività logica. Il mondo del potenziamento logico, cioè il mondo di Mosso.

In *VnR* e *Sul D. U* e nei paragrafi precedenti abbiamo mostrato che la stessa Fisica ha già superata la posizione deduttiva e sistematica, perché studia e trova le leggi di trasformazione da un sistema ad un altro. I mondi di De Broglie, di Schrödinger, di Heisenberg e di Fermi sono costruzioni di leggi di trasformazioni espresse da equazioni fisiche sulla base di principj di carattere generale.

Ma la Fisica è andata avanti logicamente senza proporsi il problema della sua intima logicità. Adesso appare in tutta evidenza il caratteristico compito della LdP.

La teoria della LdP è la teoria generale delle condizioni logiche delle formazioni e trasformazioni dei sistemi. Le condizioni logiche più generali di cui le trasformazioni fisiche sono realizzazioni, costituiscono quel sistema di equazioni logiche e principj logici che è il mondo del potenziamento logico, che noi chiameremo senz'altro il mondo di Mosso.

In *Sul D. U* mostrammo come e perchè, circa l'interpretazione del rapporto di spazio e tempo, l'intuizione della LdP si stacchi dalle tre intuizioni relativistiche precedenti: la classica di Galileo, la speciale e la generale di Einstein (1). C'è nelle teorie di Lorentz, di Schrödinger, di Heisenberg, di De Broglie, di Fermi, una unità logica fondamentale che in Fisica si riconduce alla proporzionalilà dei D. U. Evidentemente questa proporzionalità è l'equazione logica delle trasformazioni fisiche, come rapporto dei D. U.

CONCLUSIONE

19. Oggetto e risultati generali della ricerca.

Riassumendo, dopo aver esposto succintamente nei *Preliminari* l'origine, la teoria e lo sviluppo della LdP, abbiamo tentato per la prima volta una teoria delle equazioni logiche, fondate sul principio della variazione relativa degli enti, e fissate le condizioni generali nelle quali si verificano i casi di formazione e trasformazione dei sistemi, e secondo cui si possono impiantare e risolvere nuovi importanti problemi teorici (*Parte Prima*), e anche discendere nel campo teorico pratico a importanti applicazioni (*Parte Seconda*).

Fra queste, per lo speciale interesse che giustamente vi attribuiscono tutti gli studiosi, abbiamo scelto quelle concernenti i problemi fondamentali della Fisica teorica contemporanea. Il nostro assunto teorico ha potuto essere convalidato in una serie di applicazioni facilmente controllabili.

---

(1) « La quarta intuizione dimostra nel modo più generale che v'è unità di spazio e tempo, nel senso che *il tempo è la forma dello spazio*. Si capisce la differenza fra questa intuizione e le precedenti. Per quelle, spazio e tempo tanto divisi quanto uniti o coordinati restano due entità concettualmente distinte e complete. Invece nella intuizione della *LdP* esse costituiscono una *identica unità*, nella quale uno (cioè lo spazio) è la materia, l'altro (cioè il tempo) è la forma; e l'uno è insussistente senza l'altro », *Sul D.U* § 10.

1°. La teoria che in una precedente ricerca logica *VnR* ci aveva già permesso fra l'altro di scrivere immediatamente la trasformazione di Lorentz, come espressione della proporzionalità fra i due sistemi di Galileo e di Minkowski, viene ora nel modo più generale ricondotta al problema delle equazioni logiche col vantaggio di porre in luce che l'interpretazione di Einstein circa la trasformazione di Lorentz è la traduzione fisica di un'equazione logica più generale, cioè un caso particolare dell'equazione logica di trasformazione applicato alla Fisica.

2°. Ci è stato possibile dare una coerente interpretazione logica anche alla teoria dei *Quanta* di Planck, direttamente dimostrando che il *quantum* d'azione, cui certo spetta una funzione fondamentale nella struttura degli atomi passanti da stato a stato, è pure l'espressione della proporzionalità dei due sistemi tra i quali avviene lo scambio d'energia, nella stessa forma logica di quella di Lorentz.

3°. La stessa teoria riceve ora un'altra conferma colla interpretazione della formula di Schrödinger sempre con lo stesso procedimento.

4°. Una quarta conferma la stessa teoria viene a ricevere colla interpretazione del principio di Heisenberg.

In questi quattro punti abbiamo essenzialmente dimostrato che l'equazione di Schrödinger, nella stessa forma logica di quella di Lorentz, è una equazione di trasformazione di sistemi; e che il principio di Heisenberg, essendo una interpretazione fisica del modello logico D. U, secondo cui le due idee correlative di ente e relazione sono in rapporto inverso, ovviamente colla sua « relazione d'incertezza » riguardo alla posizione di un corpuscolo e il suo stato di movimento, non fa che esprimere la condizione logica per cui se si aumenta la determinazione dell'ente, si diminuisce l'estensione della classe. Questo processo d'indeterminazione e di determinazione avviene senza il minimo prepregiudizio dei concetti filosofici di determinismo e di indeterminismo, senza il minimo apporto ai problemi extra-scientifici della irrazionalità del reale e del panlogismo.

5°. Quest'ultimo risultato evidentemente ci porta a comprendere che il valore logico dei metodi statistici, sostenuti da Fermi è fondato da una parte sulla necessità logica della indeterminazione individuale (puntuale) e quindi sulla possibilità di ottenere la determinazione dell'individuo nella sua classe come probabilità, col calcolo combinatorio; e dall'altra sulla necessità logica della determinazione della classe, col calcolo causale, espressa dalla legalità delle leggi.

Dunque la situazione della Fisica rispetto alla descrizione statistica si chiarisce nel senso che la cosidetta crisi del determinismo implicante il ritorno offensivo dell'indeterminismo appare semplicemente una questione mal posta. L'indeterminazione dell'ente, giova ripeterlo, non è una forma d'indeterminismo, ma è un'esigenza per la sua determinazione esatta nella sua classe logica. Il compito della ricerca scientifica in breve è quello di determinare *l'invarianza del rapporto statistico-causale.*

6°. Per tale modo, dileguandosi davanti all'evidenza logica le maggiori difficoltà che si sollevano contro la conciliazione possibile delle due opposte teorie (l'ondulatoria e la corpuscolare), e impostandosi il problema di Fermi in forma logica, sono state fis-

sate le condizioni logiche sempre ricorrenti della sua soluzione cioè delle successive sintesi unitarie.

7°. Assodati questi punti sul doppio terreno della teoria logica pura e della sua pratica interpretazione fisica, abbiamo con sufficiente sicurezza potuto concludere che la teoria della relatività logica implicante una quarta intuizione del rapporto spazio-tempo, fondata sul principio mossiano della variazione relativa degli enti, veramente e realmente stabilisce il principio generale direttivo di ogni forma di pensare.

Precisando, il senso globale di questi risultati è doppio: nella *Parte prima* la teoria delle equazioni logiche pone il fondo unitario tecnico e operatorio per la formazione e trasformazione dei sistemi, nella *Parte seconda* adduce le riferite applicazioni che sono in grado di verificare esattamente la teoria.

20. Il nuovo volto della Fisica.

La trattazione di tutti i problemi presentati qui in forma logica a chiare note fa comprendere che il fattore logico usato implicitamente, ma non proposto esplicitamente fino a jeri, ha in ogni caso orientato lo spirito degli studiosi e determinato l'avanzamento del sapere da sistema a sistema.

L'evoluzione della Fisica contemporanea non può attribuire alla sola Matematica, intesa come mero sistema deduttivo discorsivo (D), la parte decisiva nella sua elaborazione, perchè ha utilizzato elementi costruttivi intuitivi (U) dovuti alla sua intima logicità, e prescindendo da qualsiasi intuizione rappresentativa.

Il nuovo volto della Fisica è illuminato dalla Logica del Potenziamento.

Esprimo la mia profonda gratitudine a Pietro Mosso il quale mi ha come sempre assistito colla sua affettuosa collaborazione.